

Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**СОГЛАСОВАНО**

**Заведующий кафедрой**

**Кафедра алгебры и  
математической логики  
(АиМЛ\_ФМиИ)**

наименование кафедры

подпись, инициалы, фамилия

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

институт, реализующий ОП ВО

**УТВЕРЖДАЮ**

**Заведующий кафедрой**

**Кафедра алгебры и  
математической логики  
(АиМЛ\_ФМиИ)**

наименование кафедры

**Левчук В.М.**

подпись, инициалы, фамилия

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

институт, реализующий дисциплину

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА**

Дисциплина Б1.О.18 Математическая логика

Направление подготовки /  
специальность 02.03.01 Математика и компьютерные науки  
Профиль 02.03.01.31 Математическое и  
компьютерное моделирование

Направленность  
(профиль)

Форма обучения

очная

Год набора

2020

Красноярск 2021

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования с учетом профессиональных стандартов по укрупненной группе

020000 «КОМПЬЮТЕРНЫЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ НАУКИ»

Направление подготовки /специальность (профиль/специализация)

Направление 02.03.01 Математика и компьютерные науки Профиль

02.03.01.31 Математическое и компьютерное моделирование

Программу  
составили

Доктор физико-математических наук, Профессор,  
Рыбаков Владимир Владимирович

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины

### 1.1 Цель преподавания дисциплины

Курс «математической логики» имеет целью дать студентам инструмент, применимый как к наукам о поведении (кибернетика, теория информации, теория систем), так и к чисто абстрактным наукам. Основной задачей является ознакомление студентов с алгеброй логики, пропозициональными логиками. Большое внимание уделяется вопросам применения полученных теоретических знаний к решению прикладных задач и умению формулировать прикладные задачи на языке алгебры логики и исчисления предикатов первого порядка.

### 1.2 Задачи изучения дисциплины

В итоге изучения дисциплины «дискретная математика и математическая логика» студент должен уметь:

- самостоятельно записывать в виде формулы алгебры высказываний, структуру сложного высказывания естественного языка,
- строить таблицы истинности формул алгебры высказываний,
- строить формулу по заданной таблице булевой функции,
- приводить формулы исчисления высказываний к дизъюнктивной и конъюнктивной нормальным формам,
- приводить формулы исчисления предикатов к предварённой и сколемовской нормальным формам,
- строить выводы и доказательства в формальных исчислениях высказываний и предикатов,
- строить различные интерпретации для заданных множеств формул,
- строить вентиляные, каскадные схемы и структурные автоматы, реализующие заданные булевы функции,
- самостоятельно работать с литературой по теории автоматов, теоретическим основам конструирования ПК, и т.д.

1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

<b>ОПК-1:Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической</b>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<b>логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности</b>	
<b>ОПК-1.8:Использует базовые фундаментальные знания в области дискретной математики и математической логики и консультирует в данной предметной области</b>	
Уровень 1	Основные факты главных разделов изучаемой дисциплины и наиболее значимые примеры.
Уровень 1	Применять строгие методы математической логики при решении прикладных задач.
Уровень 1	Основными правилами логического вывода, понятиями и методами логической интерпретации любых изучаемых теорий.

#### 1.4 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

В теоретических основах дисциплина «математическая логика» не нуждается, хотя некоторые навыки абстрактного мышления и интерпретации математических понятий желательны. Изучение данной дисциплины не предполагает знание студентами каких-то конкретных дисциплин. Но конкретные знания практически из любой области полезны при усвоении основных понятий и теорем и их интерпретации и для приложений.

Знание математической логики полезно при изучении теории алгоритмов, программирования, теории кодирования, теории построения компьютерных сетей, теории автоматов, в развитии формальных логических навыков.

#### 1.5 Особенности реализации дисциплины Язык реализации дисциплины Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется без применения ЭО и ДОТ.

## 2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад.час)	Семестр
		4
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	<b>3 (108)</b>	<b>3 (108)</b>
<b>Контактная работа с преподавателем:</b>	<b>1,89 (68)</b>	<b>1,89 (68)</b>
занятия лекционного типа	0,94 (34)	0,94 (34)
занятия семинарского типа		
в том числе: семинары		
практические занятия	0,94 (34)	0,94 (34)
практикумы		
лабораторные работы		
другие виды контактной работы		
в том числе: групповые консультации		
индивидуальные консультации		
иная внеаудиторная контактная работа:		
групповые занятия		
индивидуальные занятия		
<b>Самостоятельная работа обучающихся:</b>	<b>1,11 (40)</b>	<b>1,11 (40)</b>
изучение теоретического курса (ТО)		
расчетно-графические задания, задачи (РГЗ)		
реферат, эссе (Р)		
курсовое проектирование (КП)	Нет	Нет
курсовая работа (КР)	Нет	Нет
<b>Промежуточная аттестация (Зачёт)</b>		

### 3 Содержание дисциплины (модуля)

#### 3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

№ п/п	Модули, темы (разделы) дисциплины	Занятия лекционного типа (акад. час)	Занятия семинарского типа		Самостоятельная работа, (акад. час)	Формируемые компетенции
			Семинары и/или Практические занятия (акад. час)	Лабораторные работы и/или Практикумы (акад. час)		
1	2	3	4	5	6	7
1	Формальные логические исчисления	6	6	0	4	ОПК-1.8
2	Исчисление предикатов	4	4	0	4	ОПК-1.8
3	Основы теории моделей	8	8	0	12	ОПК-1.8
4	Основы теории алгоритмов	10	10	0	16	ОПК-1.8
5	Приложения к основаниям математики	6	6	0	4	ОПК-1.8
Всего		34	34	0	40	

#### 3.2 Занятия лекционного типа

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование занятий	Объем в акад. часах		
			Всего	в том числе, в инновационной форме	в том числе, в электронной форме

1	1	Лекция 1. Формальная дедуктивная система гильбертовского типа. Язык, аксиомы, правила вывода. Алфавит, формулы, аксиомы, правила вывода формальной системы исчисления высказываний. Доказательства, доказуемые формулы ИВ. Примеры доказательств в ФСИВ.	2	0	0
2	1	Лекция 2. Понятие вывода, примеры выводов. Теорема дедукции. Синтаксическая эквивалентность формул ИВ. Основные эквивалентности, доказуемые без использования аксиом, содержащих отрицание. Отрицание и константа «абсурд». Два способа введения отрицания в формальную систему исчисления высказываний.	2	0	0
3	1	Лекция 3. Доказательства эквивалентностей, использующих, аксиомы отрицания. Закон исключённого третьего и закон противоречия. Неклассические пропозициональные логики. Теорема о замене эквивалентных. Дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы. Семантика ИВ. Непротиворечивость и полнота ИВ. Разрешимость ИВ.	2	0	0

4	2	Лекция4. Формальная система исчисления предикатов ФСИП. Аксиомы, правила вывода. Доказательства, доказуемые формулы ИП. Вывод из множества гипотез, теорема дедукции. Синтаксическая эквивалентность формул ИП.	2	0	0
5	2	Лекция 5. Основные эквивалентности ИП. Пренексная и предварённая нормальная форма формул ИП. Непротиворечивость ИП – формальное сведение к непротиворечивости ИВ.	2	0	0
6	3	Лекция 6. Операции, отношения, алгебраические системы. Язык логики предикатов, вычисление значений термов и формул логики предикатов на алгебраической системе. Выполнимость и истинность формул логики предикатов на алгебраической системе и на классе алгебраических систем. Логическое следствие.	2	0	0
7	3	Лекция 7. Аксиоматизируемые и конечно аксиоматизируемые классы алгебраических систем. Теории, непротиворечивые и полные теории. Теорема о существовании модели.	2	0	0



8	3	Лекция 8. Теорема Гёделя о полноте. Принцип компактности Мальцева. Полнота ИП. Теорема Эрбрана.	2	0	0
9	3	Лекция 9. Применения принципа компактности. Нестандартные модели арифметики и анализа. Сравнение принципа трансфинитной и полной математической индукции.	2	0	0
10	4	Лекция 10. Машины Тьюринга. Определение машины Тьюринга. Операции на множестве машин Тьюринга. Машины Тьюринга для выполнения простейших операций: копирование, стирание, сдвиг, сравнение с 0, увеличение числа на 1.	2	0	0
11	4	Лекция 11. Машины Тьюринга для правильного вычисления основных функций. Машина Тьюринга для суперпозиции функций. Тезис Тьюринга. Неразрешимые множества, проблема остановки.	2	0	0

12	4	<p>Лекция 12. Рекурсивные функции. Простейшие функции. Операции примитивной рекурсии и минимизации. Рекурсивность арифметических операций. Операции ограниченного суммирования и мультиплицирования. Ограниченный <math>\mu</math>-оператор. Рекурсивность основных арифметических функций. Кусочное задание функций. Нумерация кортежей.</p>	2	0	0
13	4	<p>Лекция 13. Машины Тьюринга для примитивной рекурсии и минимизации. Тезис Чёрча. Совпадение двух понятий алгоритма. Функции, универсальные для данного класса функций. Универсальные машины Тьюринга.</p>	2	0	0
14	4	<p>Лекция 14. Невозможность доопределения частично рекурсивных функций до общерекурсивных. Функция Аккермана. Теорема Радо. Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества. Теорема Поста - Маркова.</p>	2	0	0

15	5	Лекция 15. Формальная арифметика. Система аксиом. Арифметические функции и отношения. Арифметизация. Гёделевы номера. Неполнота и неразрешимость формальной арифметики. Неразрешимость исчисления предикатов.	3	0	0
16	5	Лекция 16. Аксиоматическая теория множеств. Система аксиом. Порядковые числа. Равномощность. Конечные и счётные множества. Теорема Хартогса. Начальные порядковые числа. Арифметика порядковых чисел. Аксиома выбора. Аксиома ограничения.	3	0	0
Всего			24	0	0

### 3.3 Занятия семинарского типа

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование занятий	Объем в акад. часах		
			Всего	в том числе, в инновационной форме	в том числе, в электронной форме
1	1	Семинары 1-3 Темы: 1-3.	6	0	0
2	2	Семинары 4-5 Темы: 4-5.	4	0	0
3	3	Семинары 6-9 Темы: 6-9.	8	0	0
4	4	Семинары 10-14 Темы: 10-14.	10	0	0
5	5	Семинары 15-16	6	0	0
Всего			24	0	0

### 3.4 Лабораторные занятия

№	№	Наименование занятий	Объем в акад. часах
---	---	----------------------	---------------------

п/п	раздела дисциплины		Всего	в том числе, в инновационной форме	в том числе, в электронной форме

#### 4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л1.1	Лавров И. А., Максимова Л. Л.	Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов	Москва: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1975

#### 5 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

#### 6 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

6.1. Основная литература			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л1.1	Ершов Ю.Л., Палютин Е.А.	Математическая логика: учебное пособие	, 2005
6.2. Дополнительная литература			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л2.1	Клини С. К., Минц Г. Е.	Математическая логика: пер. с англ.	Москва: Мир, 1973
6.3. Методические разработки			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л3.1	Лавров И. А., Максимова Л. Л.	Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов	Москва: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1975

#### 7 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Э1	Н.К. Верещагин, А. Шень. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 1. Начала теории множеств. — 4-е изд., доп. — М.:	<a href="https://www.mccme.ru/free-books/shen/shen-logic-part1-2.pdf">https://www.mccme.ru/free-books/shen/shen-logic-part1-2.pdf</a>
----	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

МЦНМО, 2012. — 112 с. ISBN 978-5-4439-0012-4	
-------------------------------------------------	--

## **8 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Самостоятельная работа состоит из самостоятельного изучения теоретического курса и решения задач.

Материал по самостоятельному изучению теоретического курса можно получить у лектора, задачи студенты получают у преподавателя, ведущего практические (семинарские) занятия. Сдача и защита заданий проводится во время выделенное деканатом для контроля самостоятельной работы студента, принимает их преподаватель, проводящий практические (семинарские) занятия.

Форма контроля - зачёт.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации в зависимости от нозологии:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

## **9 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (при необходимости)**

### **9.1 Перечень необходимого программного обеспечения**

9.1.1	Специальное программное обеспечение в учебном процессе по данной дисциплине не используется.
9.1.2	

## 9.2 Перечень необходимых информационных справочных систем

9.2.1	Для самостоятельной работы у студентов должен быть доступ к электронному каталогу НБ СФУ.
-------	-------------------------------------------------------------------------------------------

## **10 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Необходима аудитория, оборудованная доской.

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, в зависимости от нозологий, осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения.